

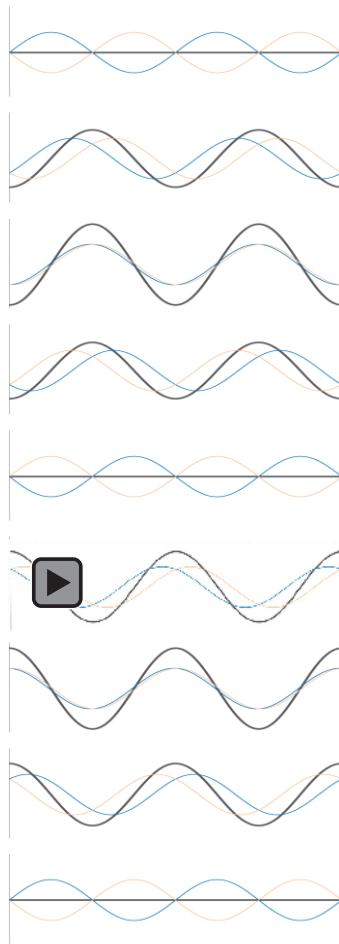
Kapitel 2: Fortschreitende und stehende Materiewellen

Die Theorie von de Broglie und die darauf basierenden nachfolgenden Experimente haben gezeigt, dass bewegte Materie häufiger dort anzutreffen ist, wo ihre zugeordnete Materiewelle grosse Auslenkungen hat. Genauer: Die Wahrscheinlichkeit ein Elektron an einem bestimmten Ort anzutreffen ist proportional zum Quadrat der maximalen Auslenkung (Amplitude) seiner Materiewelle an diesem Ort. Der Satz gilt im Prinzip für alle bewegten Körper. Wenn die Folgeerscheinungen der der Materie zugeordneten Welle wie Brechung, Interferenz und dergleichen erkennbar werden sollen, muss die Materiewelle mit ihrer Umgebung wechselwirken können. Die beteiligten Körper in der Umgebung der Materiewelle müssen dazu in der Grössenordnung der Wellenlänge sein. Ein analoges Beispiel:

Ein sehr kleiner Felsen in der Brandung des Meeres kann von den Wellen so umlaufen werden, dass hinter dem Felsen der Wellengang unvermindert spürbar ist. Ist der Fels ein ganzes Gebirge, ist das Meer dahinter ruhig. Dass Wellen auf der anderen Seite auftreffen, ist auf der Leeseite des Gebirges grösstenteils nicht merkbar. Erst wenn der Fels die Grössenordnung der Wellen hat, tritt ein Schattenraum auf, der aber von gebeugten Wellen durchwandert wird. Es findet eine nicht vernachlässigbare Interaktion zwischen Welle und Hindernis statt.

Auch Materiewellen offenbaren sich nur, wenn sie auf geeignet angeordnete Körper stossen. Die Materiewelle eines sich mit normaler Geschwindigkeit bewegenden Menschen z.B. ist so kurzweilig, dass sich keine Effekte an den alltäglichen Hindernissen bemerkbar machen. Die Wellenlänge der Materiewellen von Elektronen hingegen liegt in der Grössenordnung eines Atomdurchmessers. In diesem System, in dem die Materiewelle des Elektrons jeweils an den Atomgrenzen zur Umkehr gezwungen wird, kann oder muss die Materiewelle Interferenz zeigen. Die resultierenden Auslenkungen geben dann Auskunft darüber, wie häufig und wo die Elektronen angetroffen werden können.

Wenn ein Wellenzug an einer Wand reflektiert wird und danach über die nachfolgenden Wellenberge und -täler zurückläuft, sind die Bedingungen für die Bildung einer sogenannten stehenden Welle gegeben. Aus der Wellenphysik ist bekannt, dass zwei sich überlagernde (interferierende) Wellenberge sich zu einem grösseren Wellenberg addieren, die Täler hingegen zu einem tieferen Tal. Ein Wellenberg und ein Wellental mit gleicher Frequenz und Auslenkung löschen sich aus. In der untenstehenden Bildfolge kreuzen sich eine nach rechts laufende und eine nach links laufende Welle.



Von Bild zu Bild bewegen sich die beiden Wellen um $1/8$ der Wellenlänge vorwärts.

Die dunkelgrau eingefärbte Welle entsteht durch Addition der Auslenkungen der beiden sich kreuzenden Wellen.

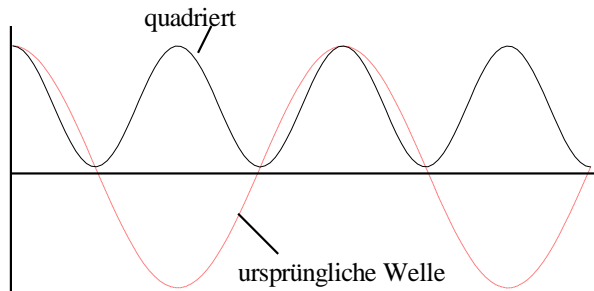
Auffallend ist, dass die dunkelgraue Welle nicht fortschreitet. Die Orte, in denen die dunkelgraue Welle nie eine Auslenkung besitzt nennt man Knoten, die Gebiete zwischen zwei Knoten nennt man Schwingungsbäuche. Die Schwingungsbäuche verändern sich im Takt der Schwingungsfrequenz. Würden die betrachteten Wellen zwei interferierende Materiewellen darstellen, wäre die Materie nie an den Knotenstellen anzutreffen, jedoch relativ häufig an den Orten grosser Auslenkung. Stehende Wellen ergeben sich nicht nur aus zwei sich kreuzenden Wellen, sondern auch aus einem einzigen Wellenzug, wenn dieser an einer Wand reflektiert wird und über sich selbst zurückläuft.

Fragen zu Kapitel 2

1. Zeichnen Sie ungefähr das Quadrat der stehenden Welle im dritten Bild der neunteiligen Sequenz. Annahme: Die Amplitude sei 1.
2. Ein Mensch, der 50 kg wiegt, geht in einem Raum mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s hin und her. Wie gross ist seine zugehörige Materiewellenlänge? (Nach de Broglie)
3. Wie langsam müsste sich der Mensch bewegen, damit die zugehörige Materiewellenlänge gerade die Länge des Zimmers (10 m) erreicht.
4. Unter der Annahme, dass der Mensch sich nur geradlinig hin und her bewegt, und dass sich dabei eine stehende Welle mit Knoten an den Zimmerwänden bildet, an wievielen Orten im Zimmer dürfte er dann nie anzutreffen sein? (mit der Wellenlänge aus 3.)
5. Ein Atomdurchmesser sei etwa 10^{-10} m. Die stehende Welle des Elektrons hätte dieselbe Länge. Wie schnell wäre demzufolge dieses Elektron?
6. Wo hat eine stehende Welle am meisten, wo am wenigsten Energie gespeichert?

Antworten zu Kapitel 2

1.



1. Schreibt man der Amplitude den (willkürlichen) Wert 1 zu, ergibt sich auch für das Quadrat der Welle die maximale Auslenkung 1. In grober Näherung kann man sagen, dass bei der Quadrierung alle negativen Auslenkungen der Welle positive Werte erhalten und die Welle sonst wenig verändert wird. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit an einem bestimmten Ort ist proportional zum Quadrat der maximalen Auslenkung der Materiewelle an diesem Ort. Dank der Quadratur erhält man nur sinnvolle, positive Wahrscheinlichkeiten.
2. Nach de Broglie beträgt die Wellenlänge einer Materiewelle $\lambda = h/(m \cdot v)$. Mit $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js, $m = 50$ kg und $v = 5$ m/s erhält man eine Wellenlänge von $2.65 \cdot 10^{-36}$ m. Das ist ungefähr 26 Zehnerpotenzen kleiner als ein Atomdurchmesser. Kein Wunder also, dass die Materiewelle des Menschen keinen Einfluss auf den Alltag dieses Menschen hat.
3. Wird die Gleichung von de Broglie (s. 2.) nach v aufgelöst, erhält man $v = 6.626 \cdot 10^{-34} / (50 \cdot 10) = 1.32 \cdot 10^{-36}$ m/s. Um das Zimmer zu durchqueren würde dieser Mensch also $10 / 1.32 \cdot 10^{-36} = 7.57 \cdot 10^{36}$ Sekunden brauchen. Das sind $2.4 \cdot 10^{29}$ Jahre. Das ist erheblich mehr als das Alter des Universums.
4. An drei Orten. An Knotenstellen beträgt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit 0. An beiden Zimmerwänden ist je ein Knoten. Weil im Zimmer eine ganze Wellenlänge (1 Berg, 1 Tal) Platz findet gibt es noch einen Knoten in der Mitte des Zimmers.
5. Wird die Gleichung von de Broglie nach v aufgelöst (s. 2./3.) erhält man mit Masse $e^- = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg und der Wellenlänge $\lambda = 10^{-10}$ m eine Geschwindigkeit von 7.28 Mio m/s. Das sind etwa 2.4 % der Lichtgeschwindigkeit ($3 \cdot 10^8$ m/s), ein realistischer Wert.
6. Dort, wo überhaupt Schwingungen auftreten: In den Schwingungsbäuchen. Ist die Schwingung gerade bei der grössten Auslenkung, ist die Energie als Energie der Lage gespeichert. Beim Durchgang durch die Nulllinie als kinetische Energie.